

Analisi predittiva della tensione: confronto tra modelli lineari

In questo esempio si considera la tensione di una batteria misurata nel tempo. L'obiettivo è stimare, a partire dai dati disponibili, quando la tensione raggiungerà una soglia operativa scelta.

Si presentano tre modelli lineari di analisi predittiva. I modelli assumono che, nel tratto osservato, la tensione cambi in modo approssimativamente regolare nel tempo. Le differenze riguardano il modo in cui i dati vengono trattati e, di conseguenza, anche i risultati ottenuti.

Per pendenza si intende quanto velocemente cambia la tensione nel tempo. In questo esempio la pendenza è espressa in V/settimana, perché le misure sono riferite alle settimane.

Analisi predittiva lineare

Si assume che la tensione vari nel tempo in modo approssimativamente lineare, secondo una relazione del tipo $V(t) \approx V_0 + r \cdot t$. Si usa la variazione media della tensione nel tempo e si fa la proiezione fino alla soglia critica. La stima resta valida finché l'andamento resta lineare.

L'obiettivo dell'analisi è stimare quando una batteria raggiunge una soglia operativa scelta.

Passo 1 – Osservazione

Si raccolgono i valori di tensione della batteria sotto carico costante e nelle stesse condizioni di misura nel tempo: stesso carico, stessa modalità di misura, stessi intervalli, per esempio una misura a settimana.

Passo 2 – Variazione

Dai dati si ricava di quanto cambia la tensione della batteria nel tempo. Per esempio, se la tensione passa da 12.0 V a 11.6 V in 2 settimane, la variazione si calcola così:

$$r = (\text{tensione finale} - \text{tensione iniziale}) / \text{tempo trascorso} = (11.6 - 12.0) / 2 = -0.2 \text{ V/settimana.}$$

Questo significa che la tensione scende di 0.2 V ogni settimana.

Passo 3 – Stato attuale

Si prende l'ultimo valore di tensione disponibile. Nell'esempio è 11.6 V.

Passo 4 – Distanza dal limite

Si calcola quanto manca tra la tensione attuale e la soglia critica. Per esempio, se la tensione attuale è 11.6 V e la soglia è 10.8 V, mancano 0.8 V.

Passo 5 – Tempo al limite

Si divide la differenza di tensione per la variazione nel tempo. Per esempio:

$$t = (11.6 - 10.8) / 0.2 = 4 \text{ settimane.}$$

Questo significa che, se l'andamento resta uguale, la batteria raggiunge la soglia tra circa 4 settimane.

Risultato

Tra circa 4 settimane la batteria raggiunge la soglia critica scelta, pari a 10.8 V.

In questo modo, partendo dai dati misurati nelle stesse condizioni, si ottiene una stima semplice del tempo che resta prima del raggiungimento della soglia critica.

Regressione lineare (fit sui dati)

Si assume che la tensione vari nel tempo in modo approssimativamente lineare, secondo una relazione del tipo $V(t) \approx V_0 + r \cdot t$. La forma del modello è la stessa del modello precedente: la formula è identica, ma i parametri V_0 e r non si ricavano da due soli punti. Vengono stimati utilizzando tutti i dati disponibili mediante regressione lineare.

Questo modello è generalmente meno sensibile a errori o oscillazioni locali rispetto al caso base, perché utilizza tutti i dati disponibili. Non è però automaticamente più accurato: l'affidabilità della stima dipende dalla qualità dei dati e dalla validità dell'ipotesi lineare.

L'obiettivo dell'analisi è stimare quando una batteria raggiunge una soglia operativa scelta.

Passo 1 - Osservazione

Si raccolgono i valori di tensione della batteria sotto carico costante e nelle stesse condizioni di misura nel tempo: stesso carico, stessa modalità di misura, stessi intervalli, per esempio una misura a settimana.

Esempio:

settimana 0 → 12.0 V

settimana 1 → 11.8 V

settimana 2 → 11.6 V

Si costruiscono le coppie:

$t = [0, 1, 2]$

$V = [12.0, 11.8, 11.6]$

Passo 2 - Variazione (regressione)

Si calcola la retta che approssima tutti i dati.

Formule:

$$r = [N \cdot \sum(t \cdot V) - \sum t \cdot \sum V] / [N \cdot \sum(t^2) - (\sum t)^2]$$

$$V_0 = (\sum V - r \cdot \sum t) / N$$

Significato dei simboli:

N = numero totale di misure

Σ = somma

Σt = somma dei tempi $\rightarrow 0 + 1 + 2$

ΣV = somma delle tensioni $\rightarrow 12.0 + 11.8 + 11.6$

$\Sigma(t \cdot V)$ = somma dei prodotti tempo $\times$ tensione $\rightarrow (0 \cdot 12.0) + (1 \cdot 11.8) + (2 \cdot 11.6)$

$\Sigma(t^2)$ = somma dei quadrati dei tempi $\rightarrow 0^2 + 1^2 + 2^2$

r = pendenza della retta, cioè variazione della tensione nel tempo, espressa in V/settimana

V_0 = tensione stimata al tempo iniziale, cioè per $t = 0$

Calcolo:

$$N = 3$$

$$\Sigma t = 3$$

$$\Sigma V = 35.4$$

$$\Sigma(t \cdot V) = 35.0$$

$$\Sigma(t^2) = 5$$

$$r = (3 \cdot 35.0 - 3 \cdot 35.4) / (3 \cdot 5 - 9) = (105.0 - 106.2) / 6 = -0.2 \text{ V/settimana}$$

$$V_0 = (35.4 - (-0.2 \cdot 3)) / 3 = (35.4 + 0.6) / 3 = 12.0 \text{ V}$$

Quindi:

$$V(t) = 12.0 - 0.2 \cdot t$$

Passo 3 - Stato attuale

Si prende l'ultimo valore di tensione disponibile. Nell'esempio è 11.6 V.

Passo 4 - Distanza dal limite

Si calcola quanto manca tra la tensione attuale e la soglia critica. Per esempio, se la tensione attuale è 11.6 V e la soglia è 10.8 V, mancano 0.8 V.

Passo 5 - Tempo al limite

Si usa la retta stimata:

$$10.8 = 12.0 - 0.2 \cdot t$$

$$t = 6 \text{ settimane}$$

Tempo residuo:

$$6 - 2 = 4 \text{ settimane}$$

Risultato

Tra circa 4 settimane la batteria raggiunge la soglia critica scelta, pari a 10.8 V.

In questo modo, partendo da tutti i dati misurati nelle stesse condizioni, si ottiene una stima meno sensibile a errori o oscillazioni locali rispetto al metodo basato su due soli punti.

Media mobile + modello lineare

Si assume che la tensione vari nel tempo in modo approssimativamente lineare, secondo una relazione del tipo $V(t) \approx V_0 + r \cdot t$. La forma del modello è la stessa dei casi precedenti: la formula è identica, ma prima di stimare i parametri V_0 e r si applica un filtraggio dei dati mediante media mobile.

Questo modello è più stabile in presenza di rumore perché riduce oscillazioni locali prima della stima. Non rende però la previsione automaticamente più vera: il filtro può anche smussare variazioni reali.

L'obiettivo dell'analisi è stimare quando una batteria raggiunge una soglia operativa scelta.

Passo 1 – Osservazione

Si raccolgono i valori di tensione della batteria sotto carico costante e nelle stesse condizioni di misura nel tempo.

Esempio:

settimana 0 → 12.0 V

settimana 1 → 11.9 V

settimana 2 → 11.6 V

settimana 3 → 11.7 V

settimana 4 → 11.4 V

Passo 2 – Filtraggio (media mobile)

Si calcola la media su finestre di 3 punti:

$$V_1 = (12.0 + 11.9 + 11.6) / 3 = 11.83 \text{ V}$$

$$V_2 = (11.9 + 11.6 + 11.7) / 3 = 11.73 \text{ V}$$

$$V_3 = (11.6 + 11.7 + 11.4) / 3 = 11.57 \text{ V}$$

Nuovi dati filtrati:

$$t = [1, 2, 3]$$

$$V = [11.83, 11.73, 11.57]$$

Passo 3 – Variazione (lineare sui dati filtrati)

Si calcola r sui dati filtrati, come nel modello 1 o 2.

Esempio rapido:

$$r \approx (11.57 - 11.83) / (3 - 1) = -0.13 \text{ V/settimana}$$

Passo 4 - Stato attuale

Ultimo valore filtrato → 11.57 V.

Passo 5 - Distanza dal limite

Soglia 10.8 V → differenza = 0.77 V.

Passo 6 - Tempo al limite

$$t = 0.77 / 0.13 \approx 6 \text{ settimane}$$

Risultato

Circa 6 settimane per raggiungere la soglia critica scelta.

In questo modo, filtrando prima i dati, si riduce l'effetto del rumore e si ottiene una stima più stabile.

Nota: la soglia critica non rappresenta automaticamente la fine vita assoluta della batteria. In questa analisi indica solo il valore di tensione scelto come limite operativo per la previsione. La valutazione reale dello stato della batteria richiede anche altri dati, come capacità residua, corrente di scarica, temperatura, prove di carico e indicazioni del costruttore.

Le norme citate sono riferimenti tecnici utili soprattutto per batterie stazionarie al piombo-acido, ventilate o VRLA. Non vanno intese come riferimenti generici per qualunque tipo di batteria.